5. Воробьев Н. Ф. *Аэродинамика несущих поверхностей в установившемся потоке.* – Новосибирск: Наука, 1985. – 235 с.

А. А. Тарасова

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского, kseniayashina@mail.ru

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСШИРЕНИИ СФЕРИЧЕСКОЙ ПОЛОСТИ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ СЖИМАЕМОЙ СРЕДЕ

В работе показана важность учета сжимаемости грунтовой среды при решении задачи о динамическом расширении сферической полости в сжимаемой упругопластической среде с условием пластичности, зависящим от давления.

Для описания поставленной задачи используются уравнения движения и неразрывности в переменных Эйлера с учетом сферической симметрии:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{2(\sigma_r) - \sigma_\theta}{r} = -\rho\left(\frac{\partial v}{\partial t} + v\frac{\partial v}{\partial r}\right),$$

$$\rho\left(\frac{\partial v}{\partial r} + 2\frac{v}{r}\right) = -\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + v\frac{\partial \rho}{\partial r}\right).$$

Среда считается упругопластической

$$p = -K\left(\frac{\rho}{\rho_0} - 1\right)$$

$$\sigma_r - \sigma_\theta = -\sigma_s + \mu p$$

где p — гидростатическое давление, K — модуль объемного сжатия, θ — объемная деформация, ρ и ρ_0 — плотность в деформированном и начальном состоянии, σ_r и σ_θ — радиальная и окружная компоненты тензора напряжений Коши (принимаются положительными при сжатии), Y и μ — константы критерия текучести.

Граничные условия:

1) $u|_{r=R_0} = \dot{R}_0$;

2) $\sigma_r|_{r=b} = 0$;

3) $\sigma_r^e|_{r=R_c} = \sigma_r^p|_{r=R_c}$.

Начальное условие: $R_0|_{t=0} = 0$.

Приведены решения задачи в трех различных постановках:

1) с использованием гипотезы несжимаемости,

2) с использованием условия несжимаемости для оценки сил инерции,

3) решение в полной постановке.

Таким образом, проведенный сравнительный анализ показал, что пренебрежение сжимаемостью приводит к ошибке в определении напряжений более 20 % при скоростях расширения полости превышающих 40 % скорости упругой волны (рис. 1).

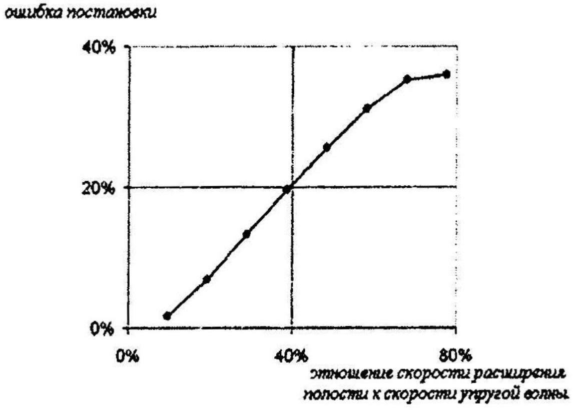

Рис. 1. Относительная ошибка

Разработаны компьютерные программы, реализующие полученные решения, построены зависимости напряжения и скорости движения пластической волны от скорости расширения полости.

Далее приводятся результаты численных расчетов. Расчеты проводятся при значениях $K = 320$ МПа, $G = 160$ МПа и $Y = 0.5$ МПа, $\rho_0 = 2$ г/см^3, V=200 м/с.

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России" на 2009 – 2013 годы и РФФИ (проект 10-08-00376-а).

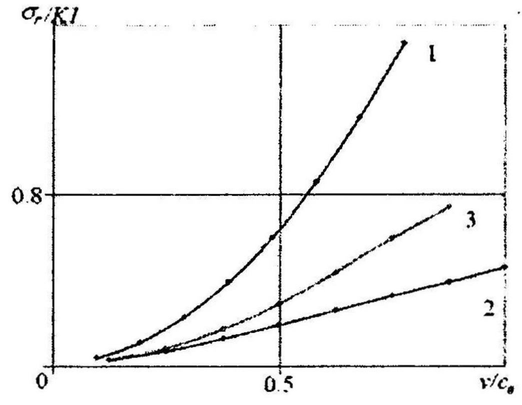

Рис. 2. Зависимость напряжения от начальной скорости: 1 – модель несжимаемой идеальнопластической ($\mu = 0$) среды; 2 – модель [4]; 3 – модель линейно сжимаемой среды

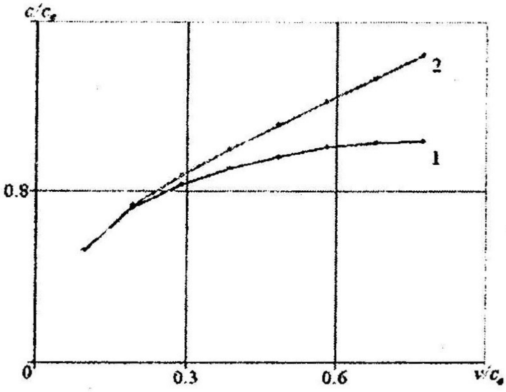

Рис. 3. Зависимость скорости движения пластической волны (c/c_e) от начальной скорости: 1 – модель сжимаемой упругопластической ($\mu = 1$) среды; 2 – модель [4] (решение с использованием условия несжимаемости для оценки инерционных членов)

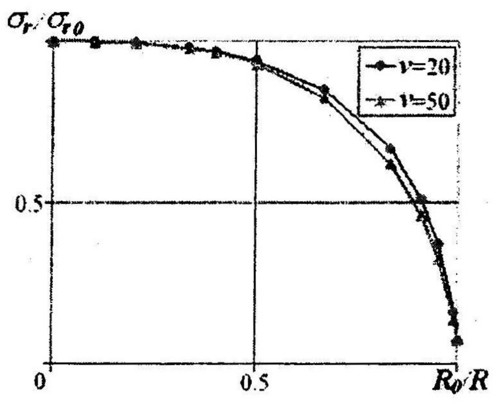

Рис. 4. Зависимость напряжения от отношения начального радиуса к координате при разных скоростях (200 и 500 м/с).

ЛИТЕРАТУРА

1. Фомин В. М. *Высокоскоростное взаимодействие тел.* – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. – 600 с.

2. Forrestal M. J. *Penetration into ductile metal targets with rigid spherical-nose rods* // Int. J. Impact Engng. – 1995. – V. 16. – No 5/6. — P. 699-710.

3. Котов В. Л. *Исследование применимости автомодельного решения задачи о расширении сферической полости в сжимаемой среде для определения давления на поверхность контакта "ударник - грунт"* // Пробл. прочн. и пласт.: Межвуз. сб. – Н.Новгород: Изд-во ННГУ. – 2008. – Вып. 70. – С. 123-130.

4. Сагомонян А. Я. *Проникание.* – М.: Изд-во МГУ, 1974. – 299 с.

А. А. Тихонова (Ильина)

Казанский (Приволжский) федеральный университет

nastya-il@mail.ru

РЕШЕНИЕ МЕТОДОМ ПОДОБЛАСТЕЙ ЗАДАЧИ ДИРИХЛЕ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА

Рассматривается задача Дирихле для уравнения

$$Ku \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f(x,y), \quad (x,y) \in D, \tag{1}$$

$$u|_{\partial\overline{D}} = 0, \tag{2}$$

где область $D \equiv (0,1)^2$, f — заданная, u — искомая периодические функции.

В работах [1 – 3] было построено приближенное решение задачи (1) – (2) с помощью метода коллокаций, построенного